

# La visione del mondo della Relatività e della Meccanica Quantistica

Settimana 2 - La Teoria della Relatività speciale

Lezione 2.1

Carlo Cosmelli



**coursera**



# Riassunto della lezione #1



**Alla fine dell'800 abbiamo varie discipline che spiegano il mondo:**

- La Meccanica (come si muovono gli oggetti).
- La Termodinamica (cosa succede con oggetti freddi...caldi, i motori).
- La Chimica (gli atomi...le molecole...le reazioni chimiche).
- L'Elettricità (cariche e correnti elettriche, la pila).
- Il Magnetismo (magneti – calamite).
- L'elettromagnetismo: le onde elettromagnetiche, la luce.

**Ma alcuni fatti sperimentali sono senza spiegazione:**

- Le asimmetrie di alcuni fenomeni elettrici e magnetici.
- La velocità della luce che non si somma come dovrebbe.
- Molte proprietà della materia, in particolare microscopica.

## Lezione #2

Albert Einstein, il 30 giugno 1905 pubblica:  
«Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento»  
E' la teoria della Relatività (speciale).

...e il 27 settembre dello stesso anno:  
«L'inerzia di un corpo dipende dal suo contenuto di Energia?»  
E' il famoso:  $E=mc^2$

Per avere un'idea del significato della Teoria è necessario definire qualche termine:  
Se non ci mettiamo d'accordo su come definire almeno la nostra posizione e il "tempo" che misuriamo non potremo fare nessuna osservazione, nessuna previsione, non potremo fare «Scienza».



# Alcuni termini importanti per capire la relatività, quella di Galileo e quella di Einstein



## **Sistemi di riferimento** - **Trasformazione di coordinate**

Il concetto di "evento": **Io sto qua** e **ora** faccio cadere questa pallina

### - **Sistemi di riferimento**

- Come faccio a dire a qualcuno **DOVE** sono? Cosa vuol dire **qua**?
- Come faccio a dire **QUANDO** avviene un certo evento? Cosa vuol dire **ora**?

### - **Trasformazione di coordinate:**

- Se conosco la **posizione** di un oggetto in un certo sistema di riferimento, qual è la posizione dello stesso oggetto in un altro sistema di riferimento?
- A che **tempo** avviene un certo evento in un altro sistema di riferimento?

# Che cos'è un sistema di riferimento (nello spazio).1



La **descrizione** del moto è sempre **relativa**, dipende dal sistema di riferimento da cui lo si osserva.

Per misurare la posizione di un oggetto nello spazio serve un **Sistema di riferimento**: un'origine, degli assi, dei «righelli»

## Esempio:

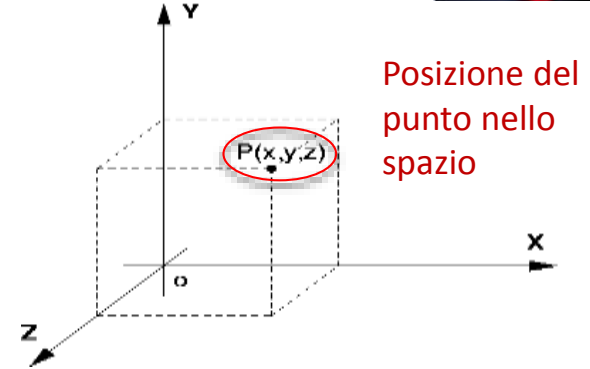
Io sto qua: dietro una scrivania, nel palazzo del Rettorato dell'Università «Sapienza», a Roma...ma in pratica cosa posso dire?

Prendiamo un sistema di riferimento, serve:

Un' **Origine** (Roma, Piazza del Popolo)

Degli **assi**: due perpendicolari, OVEST-EST e SUD-NORD

Dei **righelli rigidi** sugli assi (divisioni per leggere la posizione): ogni chilometro, per esempio.



# Ecco il nostro sistema di riferimento (nello spazio). 2





# Ecco il nostro sistema di riferimento (nello spazio-tempo). 3





# Sistemi di riferimento inerziali

Esistono dei sistemi di riferimento particolari...  
**I sistemi di riferimento inerziali**



Sono quelli in cui vale il **principio d'inerzia... il secondo principio della dinamica:  $F=ma$**

## *Esempi...*

Un Sistema con il centro nel sole e gli assi che puntano verso tre stelle molto lontane.



Un sistema che si muove a velocità costante rispetto ad un altro sistema inerziale



## *Esempi di sistemi NON inerziali:*

- L'aereo che accelera al decollo
- L'automobile che frena.
- La giostra che gira

Nei sistemi INERZIALI posso misurare le forze...applicare **sempre** i principi della fisica...calcolare cosa succede.





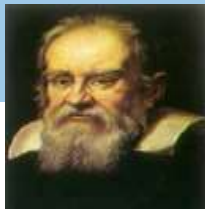
## Principio di Relatività (Invarianza) Galileiana

***Le leggi della fisica hanno la stessa **forma** in tutti i sistemi di riferimento inerziali.***

(Galileo Galilei, Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, 1632.)

Ma per Galileo le leggi della Fisica erano solo quelle della Meccanica.

# Invarianza rispetto alle trasformazioni galileiane:



Galileo (SdR inerziali):

1. La distanza tra due punti misurata in due sistemi di riferimento inerziali è la stessa.
2. La durata di un intervallo di tempo è la stessa.
3. L'accelerazione di un corpo è la stessa.
4. In altre parole: non è possibile stabilire con esperimenti di meccanica se un sistema è in moto rettilineo uniforme rispetto ad un altro (senza guardare "fuori" dal sistema)

**MA....**

- ❖ **La luce** non obbedisce alla legge classica di composizione delle velocità (è indipendente dalla velocità dell'oggetto che la emette).
- ❖ Il comportamento di **magneti e correnti elettriche** sembra essere asimmetrico, le formule da utilizzare dipendono da chi fa la misura.





❖ Per “evento” si intende:

1. Un fenomeno fisico che avviene in uno specifico punto dello spazio e ad un momento specifico nel tempo.
2. Un fatto di incredibile importanza nel quadro della fisica moderna
3. Un fenomeno fisico raro di difficile prova sperimentale.

❖ Indica quale/i dei seguenti non è un sistema di riferimento inerziale:

1. Il sistema delle stesse fisse
2. Una macchina che si muove a velocità costante rispetto a me
3. Una moto che accelera rispetto ad un osservatore fermo.

# La visione del mondo della Relatività e della Meccanica Quantistica

Settimana 2 - La Teoria della Relatività Speciale

Lezione 2.2

Carlo Cosmelli



**coursera**



# A. Einstein: la relatività ristretta (1905)...l'inizio



A. Einstein propone di ridefinire lo spazio ed il tempo, partendo da due **Principi** (affermazioni date per vere). (leggere)

## I due Principi della Relatività speciale

**1) Le leggi della Fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento «inerziali».**

Cioè per tutti i sistemi che si muovono uno rispetto all'altro di velocità costante (anche nulla). Vale per **TUTTE** le leggi della Fisica, non solo per la meccanica.

**2) La velocità della luce nel vuoto è una costante universale.**

**E' indipendente dal moto di chi la emette o di chi la riceve.**

La velocità della luce non si «somma»; le velocità si sommeranno secondo regole particolari, diverse dalla semplice somma di Galileo.

Le regole di Galileo continuano a essere valide per velocità molto minori di quelle della luce:  $v \ll 300'000 \text{ km/s}$



# Nota formale: Come utilizzare l'assunzione $c=\text{costante}$ , un esempio



Come descrivo un impulso di luce che viene emesso da una sorgente puntiforme in maniera isotropa?

La sorgente sia nell'origine del sistema  $S(O,x,y,z)$ , il raggio cresce con velocità  $c$ , quindi:

$r^2 = c^2 t^2$  ;  $x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$  (1) ma la velocità  $c$  deve essere la stessa anche se la misuro da un sistema  $S'$  in

moto rispetto ad  $S$ , per esempio con velocità:  $\bar{V} = V\hat{x} \dots \dots \rightarrow x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$  (2)

Ora applichiamo le trasformazioni di Galileo:  $x' = x - Vt$  ;  $y' = y$  ;  $z' = z$  ;  $t' = t$  alla relazione (2):

$x^2 - 2Vxt + V^2 t^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \dots \dots$  Non è uguale alla (1): le trasformazioni di Galileo non vanno bene!

Come trovare delle trasformazioni giuste?

- I termini in  $y'$  e  $z'$  vanno bene....
- La trasformazione deve essere «lineare» in  $x$  e  $t$  perché voglio che la sfera si espanda a velocità costante....quindi relazioni come  $x' = x^{1/2} t^{1/2}$  oppure  $x' = \text{sen } x \dots \dots$  non sarebbero un moto uniforme
- Devo cambiare anche  $t' = t \dots \dots$  per cancellare i termini  $-2Vxt + V^2 t^2 \dots \dots$

## Nota formale: Come utilizzare l'assunzione $c=\text{costante}$ 2



$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \quad (1) \quad x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \quad (2) \quad x^2 - 2Vxt + V^2 t^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

- La trasformazione deve essere «lineare» in  $x$  e  $t$  perché voglio che la sfera si espanda a velocità costante....quindi relazioni come  $x' = x^{1/2} t^{1/2}$  oppure  $x' = \sin x$  .....non sarebbero un moto uniforme
- Devo cambiare anche  $t' = t$ .....per cancellare i termini  $-2Vxt + V^2 t^2$ .....devo inserire anche la  $x$  in  $t'$

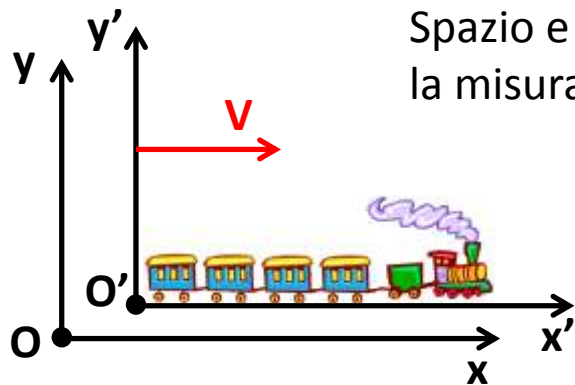
Provo con:  $x' = x - Vt$  ;  $y' = y$  ;  $z' = z$  ;  $t' = t + fx$  (3) dove  $f$  è ignota, la devo trovare

Calcoliamo la (2), inserendovi le (3):  $x^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)$  ...che già va molto meglio, rispetto alla (1) c'è il fattore fra parentesi, che però è costante e lo stesso per la  $x$  e la  $t$ , quindi posso eliminarlo scrivendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} ; \quad y' = y \quad ; \quad z' = z \\ t' = \frac{t - (V/c^2)x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{array} \right.$$

Queste trasformazioni funzionano (sono le trasformazioni di Lorentz) con queste (1)=(2) cioè  **$c = \text{costante}$**

# Il risultato matematico: Le trasformazioni di Lorentz



Spazio e Tempo non sono più assoluti e indipendenti, la misura di uno dipende dalla misura dell'altro.

$$\begin{cases} x = \gamma \cdot (x' + Vt') \\ y = y' \quad ; \quad z = z' \\ t = \gamma \cdot (t' + x'V/c^2) \end{cases}$$

$$\gamma = 1 / (1 - V^2/c^2)^{1/2}$$

Nelle trasformazioni si trova il fattore  $\gamma$ :  $1 \leq \gamma \leq \infty$

Il fattore  $\gamma$  ci dice quanto è grande l'effetto della relatività.

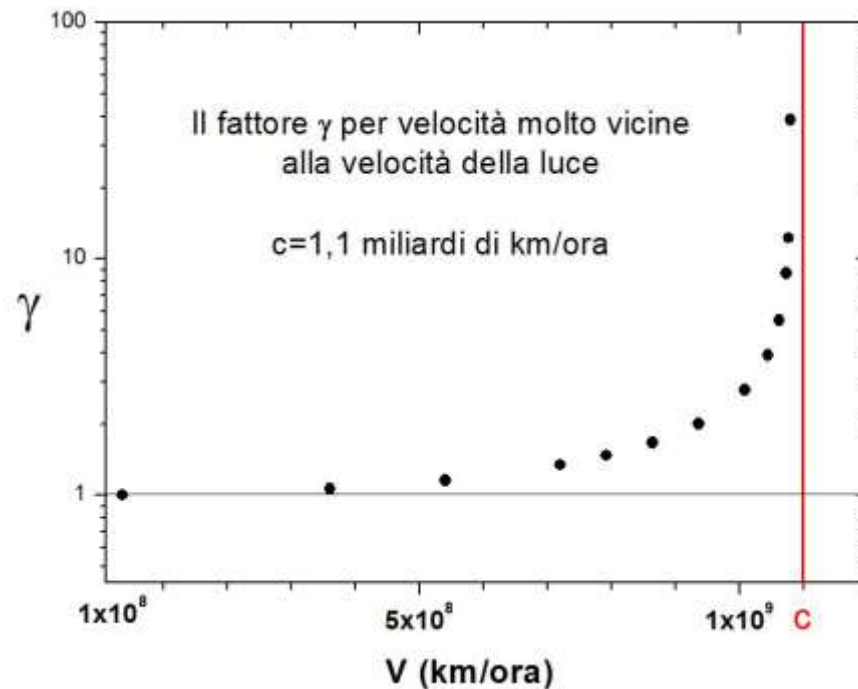
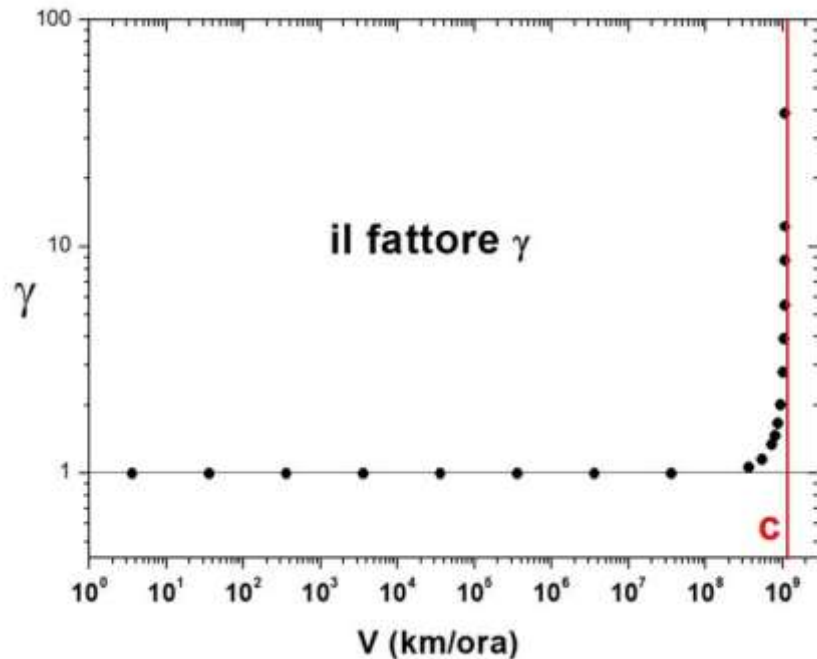
I sistemi "relativistici" hanno  $\gamma \gg 1$ .

$$V = 0 \rightarrow \gamma = 1$$

$$V = c \rightarrow \gamma = \infty$$

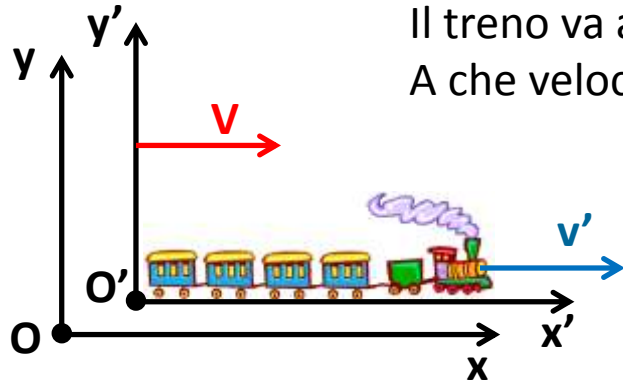
Quanto deve essere grande  $\gamma$  per "vedere" effetti relativistici?

# Quanto deve essere grande $\gamma$ per “vedere” effetti relativistici?



Se le velocità sono minori di 100 milioni di km/ora...non ho quasi nessun effetto.  
Ecco perché le formule di Newton e di Galileo funzionano lo stesso.

# Il risultato matematico: Le trasformazioni delle velocità 1



Il treno va a velocità  $v'$  nel suo sistema di riferimento ( $O'$ ).  
A che velocità lo vedrò nel sistema  $O$ ?

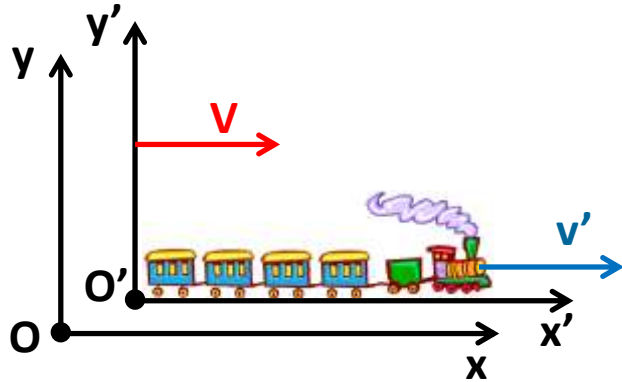
$$\begin{cases} x = \gamma \cdot (x' + Vt') & ; & dx = \gamma dx' + \gamma V dt' \\ t = \gamma \cdot (t' + x' V/c^2) & ; & dt = \gamma dt' + \gamma \frac{V}{c^2} dx' \end{cases}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\gamma dx' + \gamma V dt'}{\gamma dt' + \gamma \frac{V}{c^2} dx'} = \frac{v' + V}{1 + v' V/c^2}$$



# Le trasformazioni delle velocità 2



Come funziona la somma di velocità:

$$v = \frac{v' + V}{1 + v'V/c^2} \quad ; \quad v' = c \rightarrow v = c; \quad V = c \rightarrow v = c$$

Supponiamo che  $V = 0,9 c$

$$v = \frac{v' + 0,9 c}{1 + 0,9 v'/c}$$

$v'$	$v$
0	0,9 c
0,5 c	0,96 c
0,8 c	0,988 c
0,9 c	0,994 c
0,95 c	0,997 c
c	c

# I risultati fisici: come cambia il mondo



Dalle trasformazioni di Lorentz seguono due conseguenze molto importanti che riguardano la descrizione dello spazio e del tempo...

1. Le lunghezze si contraggono (veramente!) nella direzione del moto, mentre rimangono invariate in direzione perpendicolare al moto.



2. Gli intervalli temporali si dilatano (veramente!)



3. L'ordine con cui avvengono alcuni eventi non è più determinato, dipende da chi li guarda



### ❖ Individua l'affermazione corretta:

1. La velocità della luce è costante in tutti i sistemi di riferimento
2. La velocità della luce è costante in tutti i sistemi di riferimento inerziali
3. La velocità della luce non si può misurare.

### ❖ In relatività ristretta è vero che: (solo una risposta è giusta)

1. Spazio e Tempo sono due grandezze distinte e assolute
2. Spazio e Tempo sono due grandezze che dipendono l'una dall'altra
3. Spazio e Tempo sono gli stessi in tutti i sistemi di riferimento.

# La visione del mondo della Relatività e della Meccanica Quantistica

Settimana 2 - La Teoria della Relatività Speciale

Lezione 2.3

Carlo Cosmelli



**coursera**



# La contrazione delle lunghezze



Un oggetto in moto rispetto a un osservatore è più corto di quanto apparirebbe lo stesso oggetto ad un osservatore in quiete rispetto al medesimo.

La contrazione delle lunghezze avviene **lungo la direzione del moto!**

**D: Le persone che stanno sul treno si accorgono di subire una contrazione?**

R: No, al contrario, per loro è chi sta a terra a subire una identica contrazione. Il moto è relativo .

Se  $L'$  è la lunghezza di un oggetto solidale con  $\mathbf{O}'$ , allora la lunghezza dello stesso oggetto misurata da  $\mathbf{O}$  è:

$$L = \frac{L'}{\gamma} < L' \quad \text{NB: } \gamma > 1 \quad \text{quindi } L < L'$$



# La dilatazione dei tempi



**Un orologio standard, in moto rispetto ad un osservatore, appare a questo andare più lentamente di un identico orologio standard solidale con lo stesso osservatore.**

**D: I passeggeri del treno “vivono di più” di quelli a terra?**

R: No, anzi, per chi sta sul treno sono gli orologi di chi sta a terra a rallentare. Il moto è relativo, non assoluto.

Se  $T'$  è un intervallo di tempo segnato da un orologio solidale con  $O'$ , allora lo stesso intervallo misurato con un orologio solidale con  $O$  è:

$$T = T' \gamma \geq T'$$

NB:  $\gamma > 1$  quindi  $T > T'$

# Il mistero dei muoni: perché arrivano sulla terra e cosa c'entra la relatività del tempo?

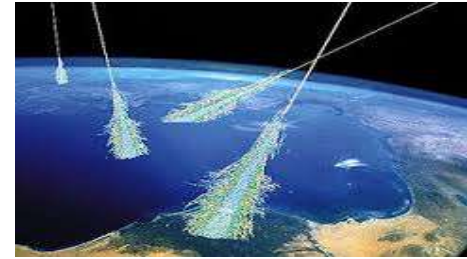


I muoni sono particelle con carica -1, come gli elettroni, solo 200 volte più pesanti

I muoni sono prodotti nell'alta atmosfera a circa 15 Km dal suolo con una  $v$  molto vicina a  $c$ .

Vivono pochissimo e decadono dopo  $\tau_{\mu} = 2,2 \mu s$

La metà di essi raggiunge la superficie terrestre e attraversa il nostro corpo (circa 1000 al minuto)



**D: Che distanza percorrono prima di decadere?**

$$d = c \cdot \tau_0 \cong 660 \text{ m}$$

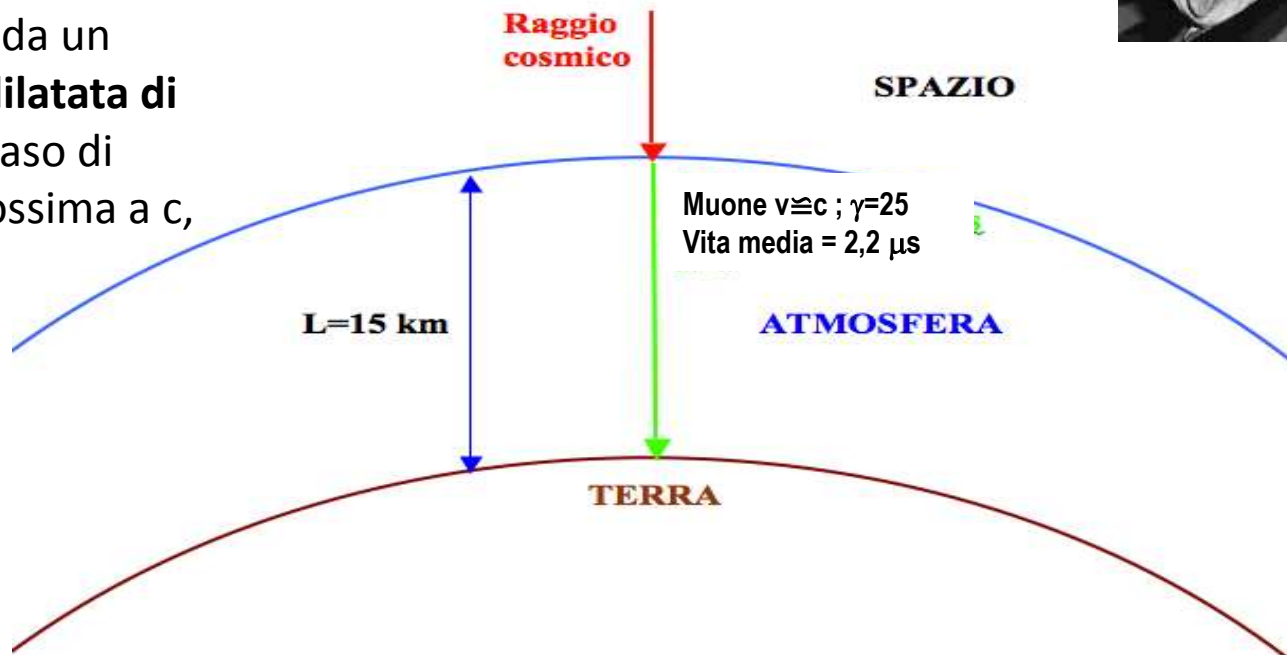
**Come possono i muoni raggiungerci se decadono dopo soli 660 m?**



# Ma i muoni sono particelle relativistiche, hanno una velocità $v \cong c$ ...



La loro vita media, misurata da un osservatore a terra appare **dilatata di un fattore Gamma** che nel caso di muoni atmosferici, con  $v$  prossima a  $c$ , vale circa **25**.



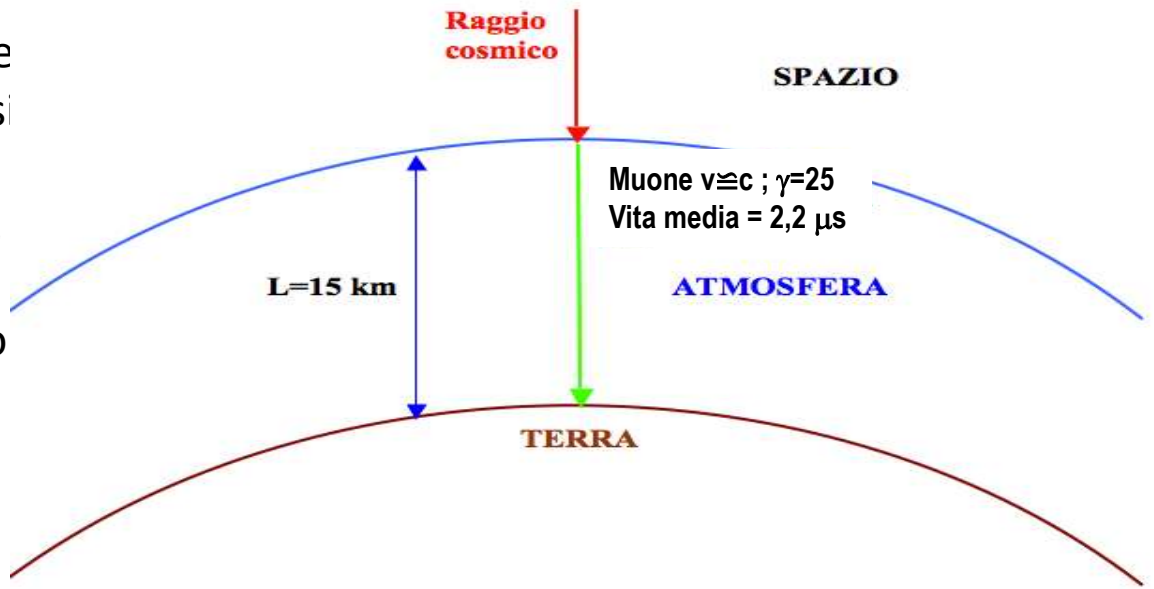
Quindi i muoni, per noi che siamo sulla terra, vivono 25 volte di più,  
 $\tau = 25 \tau_{\mu} = 55 \mu\text{s}$ .

Facendo i calcoli si trova che in media percorrono una distanza di circa 16 Km e possono raggiungere la terra.



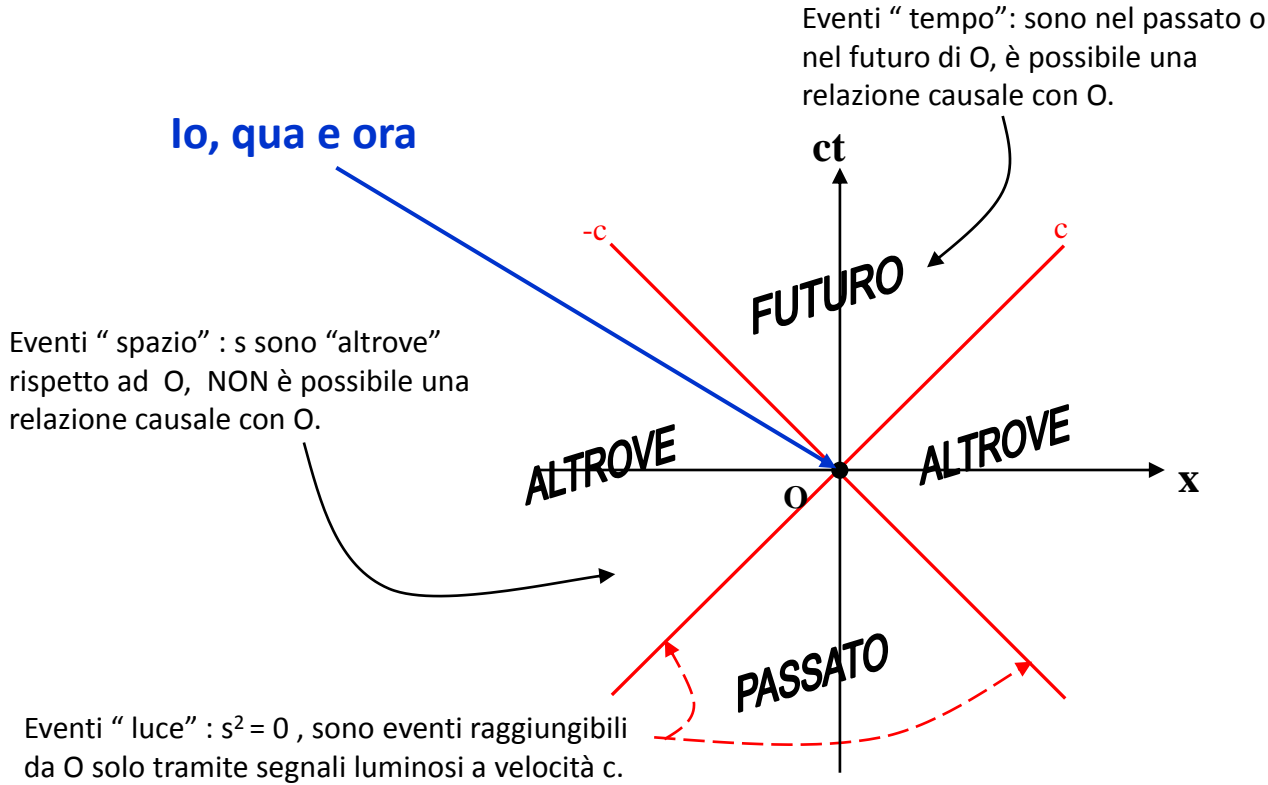
# Ma i muoni sono particelle relativistiche, hanno una velocità $v \approx c$ ...

Equivalentemente la distanza che de percorrere, misurata dai muoni stessi contratta del fattore **gamma**. Essi pertanto, dal loro punto di vista, l'atmosfera spessa solo:  $15 \text{ Km} / 25 \sim 600 \text{ m}$ , quindi riescono attraversarla.



Dalla Terra si vede un muone con la vita più lunga, dal muone si vede l'atmosfera più corta. Tutto sembra relativo, ma in realtà è tutto coerente, qualunque osservatore vede la stessa cosa: Il muone, che classicamente non potrebbe attraversare l'atmosfera, in realtà raggiunge la Terra, e può essere rivelato

# I problemi legati alla relatività del tempo – L'ALTROVE

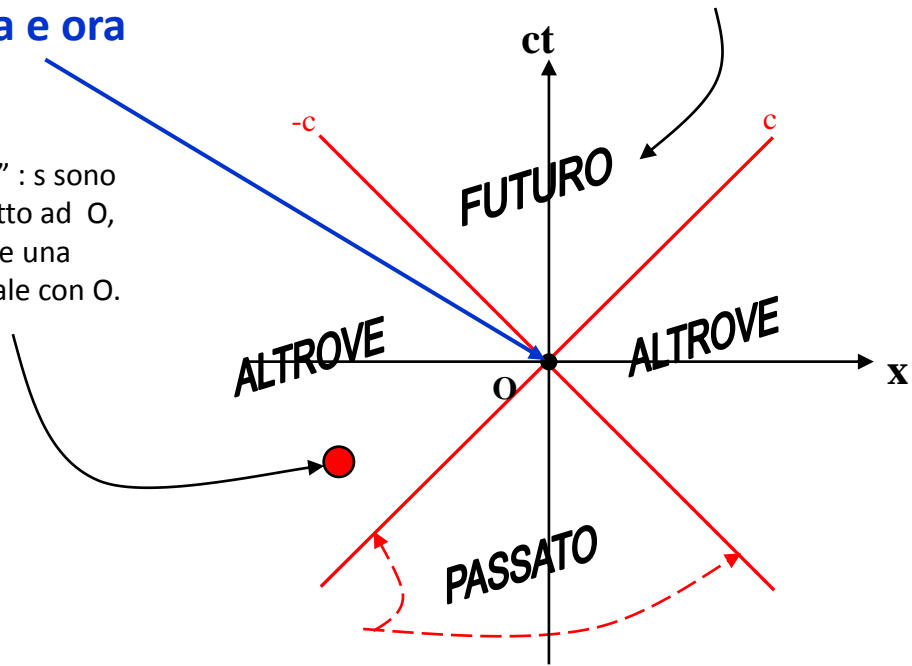


# Il problema dell'ordine temporale con cui avvengono due eventi



Io, qua e ora

Eventi "spazio" : s sono "altrove" rispetto ad O, NON è possibile una relazione causale con O.



Gli eventi che si trovano nel mio «altrove» non possono avere una relazione di causa-effetto con me, ora, e possono essere visti nel mio passato o nel mio futuro a seconda di chi ci osserva.

# Il paradosso dei «gemelli» : non è un problema



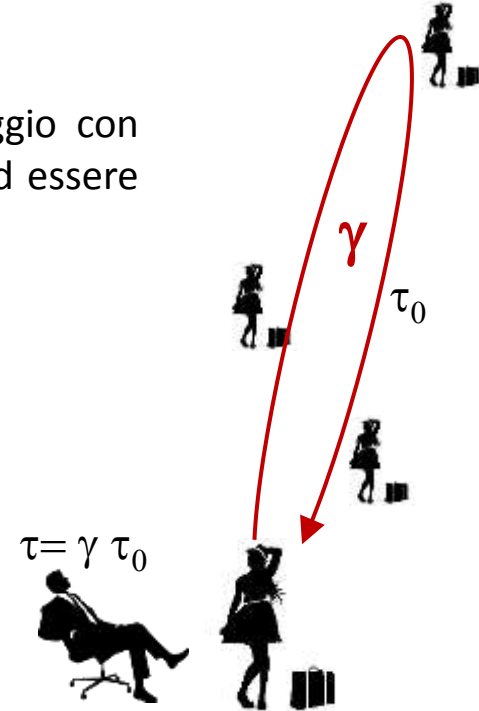
**Come viene posto:** L'uomo e la donna sono due gemelli che hanno la stessa età. L'uomo sta sulla Terra. La donna parte per un viaggio con velocità  $\gamma = 10$ , e torna dopo  $t_0=1$  anno, sul suo orologio. Per l'uomo il tempo passato è  $t=\gamma t_0= 10$  anni. Quindi l'uomo è 10 anni più vecchio, mentre la donna solo 1 anno più vecchia. Ma, nel sistema di riferimento della donna, è l'uomo che ha fatto il viaggio con velocità  $\gamma$ , quindi la donna vede il tempo dell'uomo dilatato di  $\gamma\tau$ , ed è lei ad essere più vecchia di lui. Quindi chi sarà più vecchio alla fine del viaggio?

**La soluzione:** I due sistemi [l'uomo, la donna] **non sono equivalenti**.

Perché l'uomo sta fermo, è quindi un sistema inerziale, mentre la donna in almeno tre punti [partenza, inversione della velocità, arrivo] DEVE accelerare, quindi il suo non è un sistema inerziale e non posso scrivere banalmente le relazioni relativistiche.

Quello che succede in realtà è che alla fine è l'uomo ad essere più vecchio.

Ma non è semplice da vedere (calcolare).





**LUNGHEZZE:** Se «vedo» un oggetto in movimento misurerò la sua lunghezza contratta nella direzione del moto, mentre rimarrà invariata la dimensione in direzione perpendicolare al moto.

**TEMPI:** Se «vedo» un evento con una durata  $\Delta t$ , in movimento rispetto a me, allora misurerò una durata  $\Delta t'$  maggiore di  $\Delta t$ .

**Ma non è l'oggetto in sé che si contrae o la durata che diventa maggiore, sono lo SPAZIO e il TEMPO che si contraggono e si dilatano (per me).**

**Un altro osservatore, in un altro sistema di riferimento, misurerebbe altre lunghezze ed altri tempi.**

**L'oggetto non si accorge di nulla.**





## ❖ Individua l'affermazione corretta:

1. In seguito alla relatività ristretta le lunghezze si accorciano e i tempi si dilatano
2. In seguito alla relatività ristretta le lunghezze si dilatano e i tempi si accorciano
3. Le lunghezze e i tempi sono gli stessi in tutti i sistemi di riferimento

## ❖ I muoni arrivano sulla terra benché la loro vita media non glielo permetta, perché:

1. Sono particelle altamente ionizzanti
2. Sono particelle relativistiche pertanto la distanza che devono percorrere nel loro sistema di riferimento è minore
3. Sono particelle cariche e interagiscono con l'atmosfera della terra.



Fine della cinematica...manca  $E=mc^2$